

## Практикалық сабақ №5

Тақырыбы: Екі еселі интеграл.

Мақсаты: Екі еселі интегралды есептеу. Екі еселі интегралды қайталама интегралға келтіру.

**1 - есен.** Интегралдау ретін өзгертіңіз.

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy; \quad D: (0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x)$$

**Шешуі:**  $D$  аймағы  $x^2 = y, x = y, y = 0, y = 1$ , осыдан

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx.$$

**2 - есен.** Интегралдау ретін өзгертіңіз.

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x, y) dy; \quad D: (0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 2 - x)$$

**Шешуі:**  $D = D_1 + D_2$  болғандықтан,

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f(x, y) dx$$

**3 - есен.**  $x = 1, x = 2, y = 0, y = 4$  түзулерімен шектелген тіктөртбұрышты  $D$  облысындағы  $\iint_D (x + y^3) dx dy$  екі еселі интегралын есептендер.

**Шешуі:** Берілген екі еселі интеграл төмендегідей қайталама интегралға келтіреді.

$$\iint_D (x + y^3) dx dy = \int_1^2 dx \int_0^4 (x + y^3) dy$$

$x$  – ті тұрақты деп есептеп ішкі интегралды есептейміз:

$$\int_0^4 (x + y^3) dy = \left( xy + \frac{y^4}{4} \right) \Big|_0^4 = 4x + 64$$

Алынған  $x$  – тің функциясын  $[1, 2]$  кесіндісінде интегралдаймыз.

$$\iint_D (x + y^3) dx dy = \int_1^2 (4x + 64) dx = \left( 4 \cdot \frac{x^2}{2} + 64x \right) \Big|_1^2 = 2 \cdot 4 + 64 \cdot 2 - 2 - 64 = 70$$

Аудиториялық жұмысы: Екі еселі интегралды есептеу: [8] №№ 3906, 3916-3922 (жұп).

### Үй жұмысы

№№ 3907, 3917-3921 (тақ).